



*Fondo de Investigación y Desarrollo En Educación - FONIDE
Departamento de Estudios y Desarrollo.
División de Planificación y Presupuesto.
Ministerio de Educación.*

“Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)”.

Investigador Principal: Horacio Solar
Investigadores Secundarios: Lorena Espinoza; Francisco Rojas, Andrés Ortiz, Enrique González; Rodrigo Ulloa;
Institución Adjudicataria: Universidad Católica de la Santísima Concepción
Proyecto FONIDE N° 511091

Esta es una versión resumida de la investigación realizada por el (la) autor(a) y equipo en el marco del Cuarto Concurso FONIDE. La versión original está disponible www.fonide.cl

Diciembre 2011

Resumen

Sobre la base del Modelo de Competencia Matemática (MCM), nuestra investigación busca generar procesos altamente reflexivos en profesores de primer ciclo básico, específicamente NB1, que les permitan impactar sobre su práctica de aula. Con tal fin, se desarrolla una metodología de trabajo docente basada en el trabajo colaborativo, llevado a cabo en un *seminario*, en cuyas sesiones participaran un grupo de profesoras. En el transcurso de éste, las profesoras estudian el MCM, y su implementación en el aula (casos clínicos), los cuales están contruidos a partir de organizaciones matemáticas nucleares en relación al campo aditivo en NB1. En dichas discusiones, se pretende ahondar en las herramientas, conocimientos y experiencias que necesita el profesor para diseñar y gestionar las situaciones en base al MCM. Por otra parte, se realizará un estudio de casos para analizar el impacto de la metodología de trabajo docente, a través del cambio que han evidenciado las profesoras. El análisis de los datos recogidos se centra tanto el proceso reflexivo como en el desempeño docente, variables que permiten obtener conclusiones sobre la apropiación de la metodología de trabajo docente mediado por el MCM. Los resultados muestran que los profesoras progresan en sus reflexiones ante tareas didáctico- matemáticas en la medidas que participan en diferentes instancias de reflexión, y a su vez progresan en algunos aspectos de su desempeño docente.

Palabras claves: Competencia Matemática, Formación continua de profesores, Prácticas reflexivas

1. Introducción

Actualmente, el *enfoque por competencia* es considerado en la comunidad internacional como una propuesta educativa que va más allá del aprendizaje de contenidos, y apunta a la formación de ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos, permitiéndoles identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo (OCDE, 2003).

Sin embargo, es esencial que los docentes cuenten con herramientas claras para su trabajo en aula. En investigaciones desarrolladas en los últimos años (Espinoza et al., 2008; Solar, Azcárate, Deulofeu, en prensa), se ha logrado consolidar un Modelo de Competencia Matemática (MCM) que permitiría a los docentes articular dicho trabajo. Para ello, hemos propuesto una metodología de trabajo docente, en la cual buscamos la comprensión de dicho modelo por parte de los profesores e impactar en el aula por medio de actividades bien organizadas siguiendo el MCM como modelo didáctico para la gestión del conocimiento matemático.

Este estudio que proponemos aquí, surge de preguntas tales como: ¿Qué herramientas nuevas para la enseñanza le entrega al profesor de matemáticas el Modelo de Competencia Matemática (MCM)? ¿De qué manera puede el profesor modificar su práctica docente al considerar un modelo de estas características? ¿Cuáles son las condiciones para que un profesor desarrolle actividades que desarrollen el nivel de reflexión en los estudiantes? ¿Cuál es una forma adecuada para generar un proceso de apropiación del Modelo de Competencias Matemáticas (MCM)?

Si bien estas preguntas pueden ser más amplias que lo que se puede abordar en una investigación como la presente, no queremos dejar de mencionarlas, ya que nos orientan en la especificación de nuestros objetivos. En este sentido, buscamos desarrollar, implementar y evaluar una metodología de trabajo docente en torno al Modelo de Competencia Matemática (MCM) que promueva la reflexión pedagógica necesaria para impactar en las prácticas de

aula. Consideramos necesario que antes de observar el desarrollo de las competencias en el estudiante, para lo cual se requerirían estudios longitudinales extensos temporalmente, es indispensable discutir con profesoras y profesores el modelo competencial propuesto, reflexionando sobre su gestión en el aula y en cómo se llevan a cabo y concretizan en actividades matemáticas relevantes. Considerando los resultados nacionales e internacionales relativos al conocimiento matemático de los profesores de educación básica, el desarrollo de modelos que contribuyan a la formación docente en aspectos altamente valorados por la comunidad internacional como lo es el enfoque por competencias, y presente en nuestros actuales documentos curriculares, permitiría mejorar éstos y otros indicadores, tanto a nivel del profesorado como de los propios estudiantes.

En este trabajo conjunto entre profesores e investigadores, es muy relevante el papel que juega la reflexión profesional, en este caso la reflexión de la práctica (Perrenoud, 2004; Schön, 1983). Estos procesos reflexivos permitirán al docente cuestionar su conocimiento profesional, tanto el relativo al conocimiento pedagógico general, como el referido al conocimiento didáctico del contenido (Shulman, 1987). Asimismo, el proceso de comprender y mejorar la propia práctica profesional ha de partir de la reflexión de la propia experiencia, así como de la de otros (Zeichner, 1993). En este sentido, el análisis conjunto de experiencias clínicas de enseñanza, es decir, situaciones intencionalmente diseñadas para ser analizadas, se constituye como la herramienta fundamental de trabajo. Para el diseño de estas experiencias, se consideran organizaciones matemáticas nucleares del campo aditivo en NB1, y en particular aquellas tareas matemáticas nucleares que fueron presentadas en la matriz de competencias desarrollada en el Modelo de Competencia Matemática (MCM) (Espinoza et al., 2008). La reflexión y análisis de estas prácticas permitirán observar el nivel de comprensión de los profesores sobre las características que deben tener las situaciones didácticas y su implementación en el aula para el desarrollo de las competencias matemáticas. Para ello es muy relevante que no solo cuestionen dichas prácticas, sino que propongan y fundamenten alternativas de gestión según sus propias realidades de aula.

Para el desarrollo del objetivo principal de proyecto de diseñar, implementar y evaluar un metodología de trabajo docente en torno al Modelo de Competencia Matemática (MCM) que promueva la reflexión pedagógica necesaria para impactar en las prácticas de aula, nos hemos propuesto cuatro objetivos específicos. Los primeros dos apuntan al diseño e implementación de la metodología docente, y el tercero y cuarto a la evaluación de la propuesta en términos del impacto de la metodología en la reflexión y de desempeño de las docentes.

- Diseñar un proceso de estudio para los profesores del Modelo de Competencia Matemática (MCM), y construir casos clínicos fundamentados en el MCM, para el campo aditivo de NB1.
- Desarrollar e implementar un seminario de trabajo docente basado en el análisis de las situaciones clínicas anteriores con profesores de matemática de NB1.
- Identificar los elementos reflexivos que permiten caracterizar la comprensión del MCM en profesores de matemáticas de NB1.
- Caracterizar el grado de apropiación del MCM a través del estudio de las prácticas docentes de los profesores.

2. Metodología de trabajo docente y Modelo de Competencia Matemática (MCM)

La *Metodología de Trabajo Docente* que proponemos en esta investigación es el resultado de numerosos trabajos de investigación y transferencia que venimos realizando desde hace años.

Dicha metodología se construye sobre la base de dos grandes pilares. Por un lado, aparece un modelo epistemológico de referencia, de carácter didáctico, que postula un modo particular de comprender y modelizar el conocimiento matemático escolar, así como unos principios didácticos específicos que guían y promueven el aprendizaje y la enseñanza de los mismos en la escuela. Este modelo se empezó a construir hace años, y encontró una formulación más reciente en un proyecto de investigación anterior, cuyo propósito era dar cuenta y analizar los conocimientos matemáticos escolares y las competencias que su estudio promovían, desde una perspectiva *curricular* (Espinoza *et al*, 2008). Este modelo recibió el nombre de “Modelo de Competencia Matemática, MCM”. Una de las mayores contribuciones de este modelo fue la de articular el desarrollo de *competencias matemáticas* con contenidos matemáticos específicos. Dicho de otro modo, se concretizó la idea de que las personas no desarrollan las competencias matemáticas en abstracto, disociadas de algún contenido en específico; sino que su desarrollo depende decisivamente, tanto en diversidad como en complejidad, del tipo de actividad matemática concreta que se propone realizar a los estudiantes. Las competencias matemáticas solo pueden ser desarrolladas bajo el estudio concreto de temáticas matemáticas específicas (Espinoza *et al*, 2008). En el presente proyecto completamos dicho modelo, ahora con el interés de responder además a la pregunta sobre cómo puede ser integrado y gestionado en la escuela. Para ello le hemos incorporado una forma particular de comprender el proceso de aprendizaje matemático y su enseñanza, y unos principios didácticos que promueven aprendizajes de calidad; elementos que considerados en su conjunto constituyen lo que en Teoría Antropológica de lo Didáctico se conoce como una *organización didáctica*. Para ser más exactos con los hechos, más que incorporar nuevos elementos al modelo construido en la etapa de investigación anterior, es decir al MCM, lo que hemos hecho ahora es explicitar este conjunto de elementos y principios didácticos, que estuvieron en todo momento latentes en la construcción del modelo anterior.

En la construcción de MCM se tenía como principio que debía articular los *contenidos* con los *procesos*. Por una parte, los contenidos matemáticos los estructuramos en términos de Organizaciones Matemáticas (Chevallard, 1999). Por otra parte, se debe considerar que las competencias matemáticas son un objeto de logro en el largo plazo. De ahí que es relevante estudiar y articular su progreso con el estudio específico de los contenidos matemáticos. Dicho progreso o evolución de las competencias se caracterizó en términos de niveles de complejidad de la actividad, siguiendo la estructura piramidal sugerida por de Lange (1995) y los grupos de competencia formulados en PISA (OCDE, 2003).

Teniendo estos elementos en consideración, el modelo se conforma por tres componentes principales:

- *Competencia matemática*: en base a los estándares propuestos por la NCTM (2000) y las competencias matemáticas propuestas por Abrantes (2001), Niss (1999) y PISA (OCDE, 2003) acordamos elegir y optar por *procesos matemáticos nucleares* que denominamos competencias matemáticas, las cuales organizan y articulan el currículo de matemáticas. Estas competencias están compuestas por procesos específicos presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos (NCTM, 2000).
- *Organizaciones matemáticas*: consideramos contenidos matemáticos estructurados según tareas y técnicas matemáticas, variables didácticas y condiciones de realización de dichas tareas (Chevallard, 1999).
- *Niveles de complejidad cognitiva*: se definen tres niveles de complejidad, organizados en función de las tareas y los procesos que conforman la competencia: niveles de reproducción, conexión, reflexión. La expresión nivel de complejidad se adopta de los

grupos de competencia de PISA (OECD, 2003), basados en la pirámide propuesta por de Lange (1995).

En el marco del proyecto FONIDE DED0706 (Espinoza et al., 2008) se identificaron cuatro competencias matemáticas en el currículum de estos niveles, compuestas cada una por un conjunto de procesos matemáticos: resolución de problemas, representación, razonamiento y argumentación, cálculo y manipulación de expresiones (ver tabla 1).

Tabla1: Caracterización de las competencias matemáticas

Competencia	Procesos asociados
Resolución de problemas	Entender el problema; modelizar; desarrollar y/o adaptar estrategias para resolver problemas; aplicar estrategias para resolver el problema; interpretar la respuesta en el contexto del problema; formular problemas.
Representación	Entender y utilizar las relaciones entre diversas representaciones de la misma entidad, escoger y traducir entre diferentes representaciones, usar representaciones para interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.
Razonamiento y Argumentación	Establecer y formular conjeturas matemáticas; sintetizar, sistematizar y generalizar conjeturas matemáticas; elegir y utilizar varios tipos de razonamientos y/o demostraciones; desarrollar y evaluar argumentos; comunicar su pensamiento matemático.
Manipulación de expresiones matemáticas	Descifrar e interpretar expresiones matemáticas; usar y/o manipular expresiones matemáticas; calcular y/o contar; comunicar la manipulación de expresiones y cálculos.

Para el actual proyecto, se ha profundizado en algunos de los procesos y competencias trabajados anteriormente. En particular, se ha enfatizado la Modelización (como competencia en sí, y no como proceso de la resolución de problemas) y la Argumentación. Además, se ha considerado la comunicación como un enfoque analítico de las prácticas docentes, ya que esto permite observar cómo se gestionan las competencias a nivel general, y la argumentación en particular.

3. Metodología

El desarrollo del presente proyecto está enmarcado en el trabajo de una línea de investigación en competencias matemáticas (Solar, Rojas y Ortiz, 2011), en la cual estamos involucrados, y cuya relevancia ya ha sido argumentada. En este contexto, esta investigación tuvo como objetivo general diseñar, implementar y evaluar una *metodología de trabajo docente* que permitiera a profesores y profesoras impactar en sus prácticas de aula al estar apropiados de un modelo didáctico, en este caso, el Modelo de Competencia Matemática (MCM) desarrollado en el proyecto FONIDE DED0760 (Espinoza et al., 2008). Para el cumplimiento de este objetivo, la investigación ha sido diseñada siguiendo las tres grandes instancias declaradas: diseño, implementación y evaluación, para las cuales se explicitan los productos a conseguir y los criterios utilizados en cada una de ellas.

En cuanto al enfoque metodológico de este trabajo, éste se enmarcó en uno de carácter eminentemente cualitativo, considerando algunos estudios de corte cuantitativo. Los aspectos cualitativos de esta investigación están basados en enfoques interpretativos, ya que nos permitían describir, interpretar y entender el significado de los fenómenos sociales, intentando

darles sentido desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos (Merriam, 1998; Bryman, 2004). Esto nos permitió entender, desde el discurso y la práctica de las docentes, el proceso de significación del MCM que ellos estaban viviendo. En cuanto a los aspectos cuantitativos, estos pretendían contrastar los estados iniciales y finales de las concepciones que los profesores construyen sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática entre el inicio y el final de la investigación. Dentro de otros aspectos, para ello se buscó mostrar el grado en que cambió la reflexión docente y cómo esto impactó en sus prácticas.

A continuación mostraremos el proceso de selección de la muestra, las variables que definen este estudio, el diseño metodológico con las fases de la investigación asociados a cada objetivo específico, los instrumentos de recogida de datos y las estrategias analíticas pertinentes para cada tipo de estudio.

Para el desarrollo de esta investigación, se contó con la participación de docentes de NB1 (primer y segundo año básico) pertenecientes a establecimientos educacionales de la ciudad de Concepción y alrededores. Se definió trabajar con un grupo reducido de docentes, dado el fuerte carácter cualitativo de la investigación, pero que a la vez permitiera cierta variabilidad de perfiles profesionales. De esta manera, se trabajó con 11 docentes, lo que permitió un nivel de interacción capaz de generar suficiente discusión sobre el MCM para evidenciar sus procesos reflexivos y por ende su nivel de apropiación desde la perspectiva reflexiva.

De acuerdo a los objetivos de este estudio, se pretende explicar cómo la *metodología de trabajo docente* centrada en el MCM impacta en los *niveles de reflexión* de los docentes y en su *desempeño docente* de aula, lo que permitiría finalmente evaluar el impacto de dicha metodología de trabajo docente en profesores de NB1.

Dado que los objetivos específicos cumplen con operacionalizar el proceso que implica este estudio, el desarrollo y la implementación de la propuesta de trabajo docente se cumplen con los objetivos 1 y 2. En cuanto a la evaluación de esta metodología, ella hace referencia a determinar el grado de apropiación del MCM, lo cual se llevó a cabo por medio de la metodología de trabajo docente, y permitió de este modo ver cómo se impactaba en las prácticas de aula. El objetivo 3 permitió establecer dicho grado de comprensión por medio del estudio de la reflexión de los docentes participantes, mientras que el objetivo 4 lo hizo por medio del estudio de sus prácticas.

El proceso de estudio y comprensión del MCM constó de dos grandes periodos. Por una parte, estuvo el estudio en sí mismo del modelo de competencias matemáticas, evidenciado en el seminario de trabajo docente. En éste, se vivió tanto la reflexión teórica-empírica del MCM, como la reflexión del diseño de una secuencia didáctica que retomó y se fundamentó en la reflexión y aprendizajes producidos. Por otra parte, y en segunda instancia, estuvieron los procesos de implementación de la secuencia didáctica basada en el MCM y su reflexión, tanto antes como después de dicha implementación.

En esta segunda etapa, se seleccionaron cuatro casos de estudio, es decir, a tres docentes se le realizó un seguimiento de su implementación de las secuencias didácticas que diseñaron en la parte final del seminario (talleres 5º a 8º). Con ello se buscaba analizar la práctica y averiguar cómo impactó en ella el trabajo en la metodología de trabajo docente mediado por el MCM como modelo didáctico.

Para ello fue fundamental la elaboración de *casos clínicos*, los cuales mostraban situaciones de enseñanza aprendizaje diseñadas expresamente para su análisis, con el objetivo de conseguir determinadas conclusiones por parte de los participantes de la investigación.

En relación al segundo objetivo específico, se diseñó un seminario de 8 sesiones en las cuales se reflexionaba, en una primera instancia, sobre cada una de las componentes del modelo, y en un segundo momento donde se diseñaba la secuencia de enseñanza que posteriormente se implementaría en aula. Además, y de manera posterior a los seminarios, se diseñó dos instancias de reflexión grupal (grupos focales) antes y después de la implementación de la secuencia didáctica diseñada por las docentes.

En las primeras 4 sesiones se estudió el modelo de competencia matemática siguiendo los componentes del modelo. Desde la primera a la cuarta sesión se estudiaron consecutivamente los componentes relativos a las competencias matemáticas fundamentales a desarrollar, las organizaciones matemáticas que articulan el campo aditivo en NB1, los niveles de complejidad, sus relaciones y cómo estos se operacionalizaban en la labor docente, y finalmente la articulación en el MCM, considerando los aspectos de las anteriores fases y sus interrelaciones. Estos temas se articularon con la discusión de los casos clínicos elaborados para el seminario.

Entre cada una de estas sesiones (distanciadas en alrededor de 15 días), los docentes implementaron en sus aulas una de las situaciones de enseñanza estudiadas previamente en el seminario, asociada al tema de la sesión anterior. Estas implementaciones fueron grabadas para utilizarse en la segunda parte del seminario como caso clínico, sobre las cuales los docentes desarrollaron procesos reflexivos.

A partir de la quinta sesión, cambió la dinámica de los seminarios ya que las profesoras comenzaron a elaborar situaciones de aprendizaje basadas en el Modelo de Competencia Matemática, ello articulado con la discusión de los casos clínicos generados por las propias docentes en las primeras cuatro sesiones. Desde la quinta a la octava sesión se trabajó consecutivamente en lo relativo al esquema didáctico y su funcionalidad; sobre el plan de clases considerando tareas matemáticas y competencias; criterios de gestión de aula; y finalmente los aspectos de evaluación para recoger evidencias de aprendizaje.

Los objetivos específicos 3 y 4 correspondientes a la evaluación de la propuesta metodológica docente, se operacionalizaron por las variables del estudio que se han definido como focales de esta investigación (Reflexión y Desempeño Docente). Esta premisa permite que los procesos metodológicos sean conducentes al estudio del cambio de las mismas, considerando el antes, durante y después de la participación de los docentes en el estudio. A continuación se especificarán los aspectos metodológicos y analíticos, en cuanto criterios, para cada una de las variables y sus mediciones.

Reflexión docente

Estudiar el nivel de reflexión de los profesores nos permite caracterizar la apropiación del MCM, ya que aporta información sobre cómo los docentes conciben los procesos de enseñanza y aprendizaje bajo los elementos característicos de dicho modelo.

Para indagar en la apropiación del MCM, se establecieron tres dimensiones de análisis: las concepciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático, los componentes del MCM, sus relaciones e implicancias en el aula de matemáticas, y el estudio sobre las prácticas pedagógicas en el aula.

Concepciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático.

Para estudiar las concepciones de las profesoras se utilizó un cuestionario con preguntas orientadas a concepciones en función de cuatro indicadores: Concepciones de la Matemática y su enseñanza; Planificación de la Enseñanza; Gestión de aula, y Evaluación. Dicho cuestionario se aplicó antes de su participación en el seminario y después de la reflexión

grupales posterior a la implementación de su secuencia didáctica, con tal de contrastar los estados iniciales y finales de las docentes en cuanto sus concepciones.

A parte del cuestionario, antes de su participación en el seminario se aplicó una entrevista semi-estructurada que apuntaba a los mismos cuatro indicadores, con tal de detectar en profundidad sus concepciones de ingreso a la metodología de trabajo docente.

Grado de comprensión del MCM.

En el seminario con las profesoras se estudiaron los diferentes componentes del MCM: competencias y sus procesos, la organización matemática del campo aditivo –tareas, técnicas, variables didácticas y condiciones de realización-; y los niveles de complejidad de las actividades. La comprensión del MCM pasa una reflexión del docente sobre cada uno de los componentes del modelo, además de las relaciones entre éstos y sus implicaciones en el aula de matemáticas. Por ello, el estudio de esta dimensión se realizó por medio de los siguientes indicadores.

- *Grado de comprensión de las competencias.* Una de las principales reflexiones que interesa caracterizar del docente es sobre las competencias. Las dos competencias en las cuales se ha puesto énfasis en este proyecto son la Modelización y la Argumentación, y por lo mismo interesaba estudiar la reflexión del docente en torno a las mismas. Para ello se utilizó como cuerpo principal de datos, el conjunto de videos que registran la participación de las docentes en las sesiones del seminario, y por consiguiente su reflexión. Además, se considera observar los resultados del cuestionario de concepciones de las docentes relativos a estas competencias, así como las profundizaciones que pudieran surgir en la entrevista inicial.
- *Grado de comprensión de la organización matemática del campo aditivo.* La comprensión del MCM también pasa por evidenciar la comprensión didáctica de los temas involucrados en el MCM. En este sentido se diseñó un cuestionario de conocimiento disciplinar (específicamente del campo aditivo) en relación con: el tipo de problemas, las técnicas y las variables didácticas que hacen evolucionar los problemas relativos a estas temáticas matemáticas. Para diagnosticar si la metodología de trabajo docente impactó de alguna manera en la comprensión didáctica, este cuestionario se aplicó en dos instancias, una al inicio del seminario, y una después de que las profesoras finalizaron la implementación de la secuencia didáctica.
- *Grado de comprensión de las relaciones entre los componentes.* Una comprensión profunda del MCM pasa porque el docente articule sus diferentes componentes. Para observar esta articulación se analizaron las discusiones realizadas en las sesiones del seminario, principalmente, para ver cómo evolucionaban sus discusiones. Por otra parte, se analizaron los grupos focales, que se realizaron antes y después de la implementación de la secuencia didáctica diseñada por las docentes.
- *Reflexión sobre las implicancias del MCM.* El último aspecto que interesa estudiar en esta dimensión es sobre la reflexión del docente de las implicancias del MCM en el aula de matemáticas. Ello se estudió a través de los dos grupos focales realizados antes y después de la implementación de sus secuencias didácticas, buscando evidenciar el valor que asigna el profesor al MCM en el contexto de su práctica.

Análisis de las prácticas

Además del estudio de las concepciones y de la comprensión teórica del MCM, el análisis de la reflexión de las prácticas se levanta como relevante para estudiar cómo proyectan el MCM

en sus acciones docentes cotidianas. Dicha reflexión se realizó sobre su propia práctica, y que se llevó a cabo en los tres estudios de casos. A cada una de estas profesoras se le aplicó dos entrevistas en la que analizaron episodios de su propia práctica. La primera entrevista se aplicó antes de comenzar las implementaciones de la secuencia didáctica, y la segunda entrevista una vez finalizada las mismas.

Desempeño docente

El desempeño en las prácticas pedagógicas de los profesores en el aula viene determinado por dos dimensiones: preparación y gestión de la enseñanza. Éstos son criterios fundamentales para medir esta variable y su impacto en el grado de apropiación del MCM. Para cada una de estas dimensiones, se analizó el desempeño de las docentes antes y después de la implementación de la propuesta metodológica de trabajo docente, el cual se realizó por medio de pautas de tipo Likert, que permitieron evidenciar la diferencia entre distintas clases para cada caso, lo cual ha sido interpretado como el cambio que los individuos evidencian en sus desempeño docente.

En dichas pautas, los indicadores hacían referencia a criterios que permitían dar información en cuanto a la apropiación del MCM. Principalmente, estos criterios obedecen a:

- *Momentos didácticos del proceso de estudio.* Apoyados en los momentos didácticos enmarcados en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999), este grupo de indicadores permite evidenciar si los docentes están intencionando o no, o bien en qué grado, cada uno de los momentos de una clase, y por ende el objetivo de las actividades diseñadas.
- *Procesos constituyentes de competencias.* Apoyados en los procesos competenciales definidos en el proyecto FONIDE DED0760 (Espinoza et al., 2008) y los propuestos en las perspectivas teóricas que sustentan este estudio, estos indicadores permitieron detectar si los docentes intencionaban los procesos que permitían desarrollar competencias en los estudiantes, específicamente las intencionadas en este estudio: modelización y argumentación.
- *Gestión del error.* Se analizó la gestión de error por parte de las profesoras en términos de si la profesora gestiona los errores o dificultades de los alumnos haciendo preguntas que permitieran problematizarlos.

En la dimensión *Preparación de la enseñanza*, se analizaron las producciones de los docentes en cuanto a sus planificaciones antes y después de la implementación de la propuesta metodológica de trabajo docente. Las planificaciones otorgan información de cómo organizaban la enseñanza y cuáles son los criterios que utilizaron para ello.

En la dimensión *Gestión de la enseñanza*, fueron analizadas las prácticas de aula de los docentes, durante y después de la implementación de la propuesta metodológica de trabajo docente.

Durante el proceso de investigación, se llevó a cabo una validación de los instrumentos de recogida de datos. En particular se validó el cuestionario de concepciones, de tipo priorización (y la entrevista asociada) y el cuestionario de conocimiento disciplinar. Las valoraciones de los jueces, todos del ámbito nacional, permitió consolidar los cambios en dichos instrumentos.

4. Análisis y Resultados

Este proyecto buscaba diseñar, implementar y evaluar una metodología de trabajo docente que permitiera la apropiación del MCM como modelo didáctico. Desde este punto de vista, se han obtenido resultados relativos a los productos del diseño –ocho sesiones de seminario y los casos clínicos- y otros relativos a evaluar el impacto metodología de trabajo docente. Como propósito de este artículo nos enfocaremos a mostrar los análisis y resultados correspondientes a los objetivos que operacionalizan la evaluación de la metodología docente, en tanto al grado de apropiación MCM por los profesores participantes del seminario y el cambio en su práctica docente estudiado en los tres casos.

4.1 Apropriación del Modelo didáctico

El grado de apropiación del MCM ha sido estudiado por medio de la variable reflexión docente. Se describirán los resultados para la muestra, y en algunas ocasiones se ejemplificarán con los casos que servirá de evidencias para caracterizar la reflexión en dichos casos.

La Reflexión de las profesoras para la muestra se estudio por medio de dos dimensiones: las concepciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático, y el grado de comprensión del MCM, ésta última dimensión se desglosa en tres indicadores que más adelante se especifican.

Concepciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático: los resultados del cuestionario aplicado antes y después del seminario, indicaron que las docentes tienen un cambio similar y homogéneo, excepto en lo que refiere a la planificación de la enseñanza, donde prácticamente no se observa cambio. En cuanto a las concepciones sobre matemática y su enseñanza, las docentes, como grupo, mantienen sus creencias. En cuanto a la gestión de aula, una de las docentes cambia su priorización con una tendencia a subir su bloque de priorización, con lo cual se acerca a la respuesta teórica esperada. Finalmente, en cuanto a la evaluación, las docentes se alejan del bloque ideal, siendo uno de los casos, Valentina, la que más influencia el resultado general. El caso de Valentina es la que presenta mayor diferencia entre los resultados del cuestionario pre y post. La situación de conflicto cognitivo que provoca la reflexión de la práctica y el estudio de componentes teóricos que modelizan la enseñanza, puede provocar un desequilibrio en las concepciones que suele manifestarse por no priorizar adecuadamente ciertos ítems, lo que no implica necesariamente que Valentina no llegue a comprender finalmente cuales son las situaciones ideales para cada una de las preguntas formuladas en el cuestionario.

Grado de comprensión del MCM.

Grado de comprensión de las competencias: se describe para el caso de las competencias que se han focalizado en este estudio, la modelización y la argumentación.

Respecto a la modelización, en los seminarios se ha evidenciado que las profesoras han encontrado positivo el uso de los esquemas para visualizar el problema lo que permite una mejor comprensión del problema, también a representar los datos, y la relación entre éstos. En particular la sexta sesión fue un espacio que estuvo diseñado para problematizar en torno a la modelización. Se introduce el seminario con la socialización del propósito de una profesora para su clase de utilizar esquemas para modelizar problemas de composición. Para ello, la profesora propone el siguiente problema: “Tengo 25 cajas con jureles y sierras. Si tengo 19 cajas de sierras, ¿cuántas cajas de jureles hay?” En el transcurso del seminario se ve un caso clínico en que Sonia, una de las profesoras participes del seminario, implementa el problema

planteado en el aula. Para discutir sobre el caso clínico, se pregunta a las profesoras ¿Qué rol cumplen los alumnos en la construcción del esquema?.

En el caso clínico se observa cómo la Sonia promueve el uso de esquemas, lo ideal es que los alumnos utilizaran el esquema para reconocer que es un problema de comparación y plantear la operación. Por el contrario, en el video se evidencian grandes dificultades en los niños para usar el esquema y reconocer la operación, ello se manifiesta en el considerable tiempo invertido en la resolución de este problema.

Las profesoras del seminario discuten sobre la pertinencia de los problemas. Sonia, la profesora protagonista, comenzó el análisis argumentando la dificultad en el desarrollo del problema porque había un niño integrado. Las profesoras destacan que los niños no se dieron cuenta que el problema era de resta y no de suma. A continuación Ángela plantea una reflexión sobre el uso del esquema y de la modelización:

Ángela: Yo siento que a priori es muy complejo porque tu le estas trasladando los pescados que están al lado de la pantalla a una huincha [referido al esquema] que dice 19.... Pero yo siento que el objetivo de lograr la modelización del esquema, ese mismo yo le hubiera resuelto mostrándole el 19 que son tantos pescados, y que estos tantos son los jureles y tenemos que sacar la diferencia que son otros tipos de pescado y después cuando él ya tiene en la cabeza este cuento, ahí utilizamos la huincha porque el ya va a saber que este pedazo rojo es el total de todos los pescados.

Sonia: Yo tengo que asumir los siguiente, lo que pasa es que yo tiré mis chiquillos a los leones al tiro, y yo insisto que no fue muy fluido para ellos, y mi segundo problema yo lo tuve que haber hecho primero porque el esquema era de conchitas y lo le puse digamos 19, en la cinta le puse los 19 conchitas, y en la otra le puse 11 por ejemplo y había que sacar cuantas más tenía la amiga y ahí contaron solamente y la sacaron altiro.

Guía: Era comparación de conchita.

Ángela: Pero eran las mismas conchitas.

María Antonia: eso mismo quería decir yo, en el método Singapur utilizan muchos esquemas, pero antes de llegar a la balanza los niños utilizan el material concreto, o gráficos con los monitos.

Sonia: Yo me hice un autoanálisis y llegué a la conclusión que no tuve que haber puesto este problema.

Graciela: Yo creo que a lo mejor le faltó a Sonia quizás es rescatar la acción [aprobación otra profesora], porque aquí habían peces, pero habían dos tipos de peces y que tu necesitabas separar del cual había de cada tipo. Qué ellos supieran identificar para poder separar como condición para poder restar y en base a eso presentar el esquema.

En este diálogo se describen distintas razones en las dificultades que tuvo Sonia en la gestión del problema con el esquema. Ángela plantea que faltó dedicarle más tiempo a la comprensión de los datos del problema para luego usar el esquema para representar los datos. Sonia, alude que los niños aun no estaban preparados para usar esquemas para este problema y que tuvo que comenzar con el segundo problema que presentó esa clase en que las colecciones eran de la misma naturaleza (conchitas) y los niños identificaron la operación sin dificultad. Por otro lado Graciela argumenta que faltó destacar la acción involucrada de separar para reconocer la resta antes de presentar el esquema.

Las profesoras en el seminario al centrar su análisis en las condiciones de realización de las actividades, ponen de manifiesto que son capaces de analizar con criterios didácticos las dificultades presentes en la gestión de una actividad. Este tipo de análisis es diferente al que realizaron en la primera sesión del seminario en que al enfrentarse a un caso clínico, atribuyen las dificultades de los niños al clima de la clase, o a las características del profesor, criterios que se asocian más a factores pedagógicos que didácticos.

Respecto a la argumentación, fue una de las competencias que más se discutió en el seminario. En los análisis de los casos clínicos se hacía alusión a esta competencia cuando las profesoras mencionaban el trato de las explicaciones, justificaciones y razonamiento de los niños al abordar un problema o cálculo. En particular la quinta sesión del seminario corresponde a la primera sesión de cuatro en que se estudia una planificación en función del MCM. Una de las actividades es analizar un caso clínico en que la profesora Graciela propone al curso la resolución del siguiente problema de composición: “Enrique tiene 26 gusanos de seda y Lorena tiene 38. ¿Cuántos gusanos de seda tienen en total los dos?”. Los niños resuelven utilizando diferentes técnicas, luego Graciela hace pasar a dos niños a mostrar sus cálculos, el primero mediante el algoritmo tradicional y el segundo por trasvasije. Graciela propone que se contrasten las dos técnicas y en particular que el niño que utilizó trasvasije explique al curso como es el procedimiento.

Guía: cual son las competencias predominantes en el video o en la gestión de esta actividad.

Valentina: Puede ser el razonamiento y la argumentación... no se vio todo el video pero en lo poco que se vio, ella le pregunta a los niños como lo hicieron y llama a otro niño para modelar adelante y lo hizo de otra forma diferente al algoritmo tradicional y le fue consultando que él le diga como lo hizo, como lo fue haciendo, que explique a los demás como lo hizo.

Mónica: El cálculo y manipulación de expresiones también.

Guía: ¿Por qué Mónica?

Mónica: Porque realizo procedimiento de cálculo.

Guía: porque realizo procedimientos de cálculo.

Mónica: los niños realizan los procedimientos...

Guía: ¿Están de acuerdo con Mónica de agregar Cálculo y manipulación de expresiones? Hay alguna de esas dos que es más predominante. ¿María Antonia que piensas tu?

María Antonia: trabaja las dos en realidad porque se contrasta las dos técnicas.

Guía: ¿Laura que piensas tu?

Laura: si porque (...), las dos técnicas quedan claras en este caso, queden bien identificadas el trasvasije y el algoritmo.

Guía: ¿Carmen?

Carmen: opino lo mismo que ella, porque en realidad los niños explicaron bien, fueron (a la pizarra), decían como lo hacían.

Guía: ¿Tu estás de acuerdo Graciela con tus colegas?

Graciela: Siento que tuve la intención de que argumentarán pero yo no quedé conforme con su argumentación.

Guía: en qué caso no quedaste conforme.

Graciela: Porque siento como que la parte del algoritmo tradicional fue muy mecánico, porque ni explico.

Guía: ¿y quién lo explicó?

Graciela: lo explique yo [en el seminario hay una exclamación de sorpresa] y la parte de la técnica del trasvasije, sabes que quedó un poco más clara pero igual su explicación fue un poco más mecánica que razonada y argumentada.

En este episodio se destacan dos ideas frente a la valoración de la argumentación. Por un lado las profesoras no solo reconocen que la argumentación está presente cuando el niño explica la técnica del trasvasije si no también destacan las acciones de la profesora para promover la argumentación. A partir de la intervención de Mónica, también se reconoce que está presente el cálculo y la manipulación de expresiones. Se observa que las profesoras se inclinan más por dar énfasis a la utilización de las técnicas que a la argumentación.

Una segunda idea es la reflexión que hace Graciela, la profesora protagonista del caso clínico, sobre su gestión. Declara que el énfasis en esa parte de la clase es en la argumentación, y no precisamente en el cálculo, y en base a ello dice no estar del todo satisfecha con la argumentación de los niños dado que fue más mecánico que razonado.

En el análisis de esta discusión se puede obtener como resultado la importancia de tener claridad sobre la competencia que se promueve. Pese a que Valentina es la primera que sugiere argumentación, Mónica y el resto de profesoras se declinan por enfatizar en la competencia de cálculo y manipulación de expresiones. Los niños realizan bien los cálculos por lo que seguramente si Graciela hubiera tenido la intención de promover esta competencia seguramente hubiera estado satisfecha. Ella un poco antes de la discusión descrita, explica que los niños desde antes a este problema dominaban el algoritmo tradicional y el trasvasije. Por lo que no era propósito de esta clase seguir reforzando la técnica de cálculo.

Grado de comprensión de la organización matemática del campo aditivo: por medio de la aplicación de un cuestionario diagnóstico de conocimientos del campo aditivo antes y después del seminario, se obtuvieron los siguientes resultados relevantes:

- Las profesoras han profundizado en la concepción y uso de los esquemas como parte del proceso de modelización de una situación. En general, abandonaron la concepción de esquema como representación de un método de resolución o de los datos, y centran su atención en la relación entre los datos del problema. Además, las profesoras profundizaron su comprensión de los esquemas como modelos de representación de relaciones aditivas entre cantidades.
- Las profesoras diversificaron las técnicas de cálculo de adiciones y sustracciones. Si bien aun usan el algoritmo tradicional, también usan otros procedimientos que simplifican la aplicación de tal algoritmo tales como el traslado de la diferencia, o descomposiciones aditivas.
- Las profesoras profundizaron en la comprensión e identificación de distintos tipos de problemas aditivos. Si bien no todas lograron apropiarse de la terminología propuesta en el marco referencial tales como problemas de cambio y de composición, problemas inversos y directos, sí lograron identificar las acciones o modificaciones de las colecciones involucradas.

Grado de comprensión de las relaciones entre los componentes: en el seminario se han reflejado que en diferentes sesiones las reflexiones que realizan las profesoras, en los diferentes problemas tratados, articulan los elementos de la OM con las competencias. En particular mostraremos un episodio en donde las profesoras, al verse expuestas a la necesidad de organizar una serie de tareas matemáticas siguiendo los niveles de complejidad, lo hacen de distintas formas y con distintos criterios (Rojas y Solar, 2011).

Este tema se trató en la tercera sesión del Seminario, en el cual las participantes analizaron un caso clínico de una docente que gestionó una situación ya estudiada en sesiones anteriores, pero donde cambiaban las condiciones de realización de la tarea, para posteriormente establecer una secuencia que ordenara las condiciones de una tarea matemática, según el nivel de complejidad. Finalmente, las docentes debían organizar en tres clases, a modo de secuencia didáctica, un conjunto de tareas matemáticas.

Dada la naturaleza de las tareas propuestas (resolver problemas, calcular, enunciar procedimientos), y en cuya redacción estaban estipuladas las condiciones de realización que obedecían a ciertas variables didácticas (ámbito numérico, tipo de problema, técnica de cálculo, relación entre los números), las docentes generaron distintas organizaciones de las tareas.

Se discutió con las docentes cuales eran los criterios que fundamentaban cada secuencia propuesta. A continuación mostramos un extracto de lo que nos dicen dos profesoras, que corresponden a dos de las organizaciones de tareas que más nos llaman la atención.

Ángela	Carmen
<p><i>Bueno, primero vamos a trabajar desde la parte mental (...) Vamos jugando con las combinaciones básicas como más pequeñas (...) Pensemos, bueno, que vamos a trabajar en esta parte adición y sustracción... la verdad es que me quedé también un poco pensando en si viene o no secuenciado un sobreconteo, nos vamos a meter ahora de lleno en la adición y sustracción, entonces como para irlo combinando (...) les voy entregando el cómo voy haciendo la cosa, pensando además que lo vamos a ir haciendo resolviendo problemas (...) La segunda clase vamos a resolver problemas, cómo vamos a resolver problemas, vamos a ir haciendo la combinación directa y vamos a resolver entre los directos y lo inversos. Utilizando además, bueno, la adición, suma y resta, en forma conjunta.</i></p>	<p><i>Bueno primero fue de procedimiento, cómo los niños lo iban haciendo, después fue de cálculo y después ellos lo final que hacían, lo último fue la resolución de problemas. Eso fue lo que nosotros quisimos hacer (...) Procedimiento de cálculo, procedimiento cómo lo hacían ellos, después el cálculo cómo ellos lo iban, cómo lo aplicaban y después fue la resolución de problemas (...) Y esa es la idea que teníamos para las futuras, después la de descomposición canónica, que aplicara también eso mismo con la resolución de problemas. Eso, como habían tres resoluciones de problemas, una resolución en cada clase (...) Eso es lo que pretendíamos nosotros, primero ver cómo lo hace el niño, después practicar algún tipo de cálculo mental y después aplicarlo en la resolución de problemas, esa era nuestra idea.</i></p>

El caso de Ángela fue llamativo, pues ella realizó una articulación de las tareas matemáticas según el nivel de complejidad, basándose en las condiciones de realización de cada una de ellas, pero agrupándolas de manera general por género de tarea en cada clase. De la misma manera, llama la atención la organización propuesta por Carmen, quien distribuye en cada clase un tipo de tarea y éstas se complejizan clase a clase.

Las organizaciones aquí presentadas muestran las formas organizativas implícitas que tienen estas docentes. Para el caso de Ángela, ella organiza las clases de manera de trabajar una solo tipo de tareas en cada una de ellas. Sin embargo, contempla los niveles de complejidad al graduar las tareas específicas según las condiciones de realización de las mismas. En el caso de Carmen, la distribución de tareas no es secuencial, sino que obedece a una estructura que podríamos llamar matricial. Verticalmente (cada clase), Carmen selecciona los tres tipos de tareas, que apuntan a distintas competencias y procesos, con lo cual los estudiantes tienen la posibilidad de desarrollar una actividad matemáticas más rica desde el punto de vista del desarrollo de competencias. Horizontalmente (a través de las clases) cada uno de estos procesos se va complejizando, de forma de que el estudiante viva un proceso de estudio que lo desafía a lo largo del tiempo, y que además es inclusivo en su construcción, evidenciando de esta forma la lógica de los niveles de complejidad. La figura 1 muestra estos recorridos.

Desde el punto de vista de la calidad de la organización, el esquema de Ángela se ve atomizado por la tarea, aunque evoluciona dentro de la clase. Esto hace pensar que en los criterios de organización no se contemplan los procesos como elemento que define el nivel de complejidad, sino que sólo las condiciones de realización de las tareas. En cambio, el esquema de Carmen presenta de manera cíclica las tareas, considerando tanto la evolución de los procesos como de las condiciones de realización para definir el avance en complejidad del tema tratado.

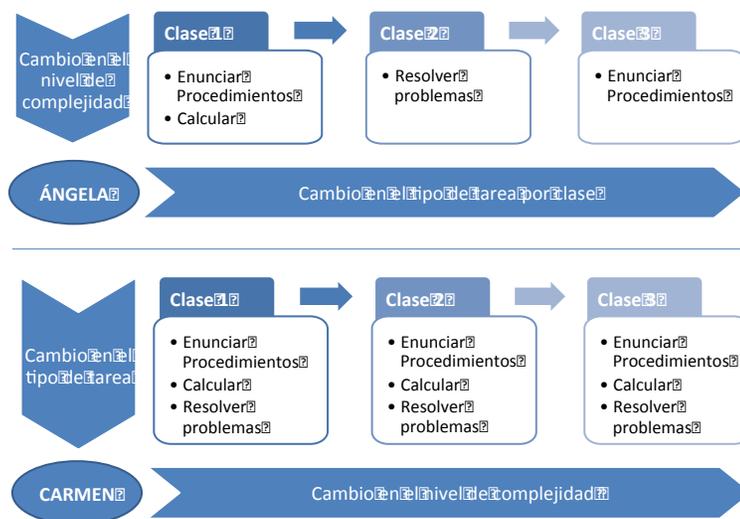


Figura 1: Esquemas de organización de tareas de Ángela y Carmen

Por último, el hecho que estas estructuras surgieran de las propias docentes, nos señala que la metodología de trabajo docente, al menos en este nivel y momento del proceso de reflexión, está produciendo algunas comprensiones sobre las potencialidades del MCM para organizar la enseñanza. Tanto la riqueza teórica de la diferencia entre estas estructuras, como el aporte a la labor docente de las profesoras, son resultados que apoyan las metodologías de trabajo para la comprensión del MCM que proponemos.

En los dos grupos focales realizados, también se encuentran evidencias de la relaciones entre los componentes del MCM.

En el primer grupo focal el énfasis está en analizar una planificación para preparar la enseñanza, y en el segundo grupo focal, las profesoras tienen que analizar un episodio de una clase.

El análisis de las actividades planteadas en los grupos focales reflejaron varias relaciones entre los componentes del MCM. En particular entre las tareas matemáticas y las competencias; y entre las condiciones didácticas de las tareas matemáticas y las competencias.

En el primer tipo de relaciones, *entre las tareas matemáticas y las competencias*, en el primer grupo focal, las profesoras apoyaron o cuestionaron el uso de ciertas tareas matemáticas, en relación con las competencias que se planificó promover en la actividad del grupo focal. Identificaron además que la promoción de ciertas competencias requiere de ciertas tareas matemáticas. En particular, Sonia reconoce que la ejecución de cálculos da la posibilidad de promover competencias de argumentación o modelización, y Valentina propone que hubiera modificado las tareas de cálculo por tareas de resolución de problemas para promover la modelización.

Sonia: *“La competencia predominante es la modelización. Se trata de que en este caso... si yo la veo como la modelización como una técnica, pienso que está bien al plantearla como un problema. Y después seguimos pensando que para planificar la técnica de la modelización como... viéndola como técnica, se les da cálculos para seguir afianzando esa técnica”.*

Valentina: *“(...) Pero yo suponiendo de que ellos ya manejan esta técnica, porque se supone, yo acá estoy preguntando, estoy haciendo el cierre de manera reflexiva, les estoy preguntando cómo resolvieron, para qué sirvieron los esquemas, cómo resolvieron el problema, entonces ellos me van a explicar cómo lo resolvieron, cómo realizaron el cálculo si tiene ahí tantas fichas 500, 657 y el otro*

tiene 99 cómo realizaron ese cálculo, entonces se supone que ahí me van a explicar que técnica utilizaron ellos. Entonces yo no les habría hecho estos cálculos, les habría hecho un problema más”.

En el segundo grupo focal, las profesoras identificaron que la presencia de tareas matemáticas de cálculo, y la disponibilidad de las técnicas respectivas, permiten la promoción de la competencia de razonamiento y argumentación. En particular la intervención de Valentina se asocia a esta idea.

Valentina: “Bueno como ya todos mis colegas han mencionado yo ya había pensado que el objetivo de esta clase, o sea por el trozo que vimos, creo que la profesora estaba promoviendo la argumentación. Ellos manejan técnicas, está claro que ellos manejan diferentes técnicas, pero ella, lo que pienso yo que (para) ella el objetivo es promover el razonamiento y la argumentación como competencia, porque los niños llegan a lo que a ella le interesa, si bien dice si está bien o mal el resultado, pero lo que a ella le interesa es que ellos puedan argumentar qué técnica utilizaron y entre todos darse cuenta cuál es la técnica más eficaz para desarrollar ese tipo de ejercicios, porque ya en la parte final que vimos les recuerda que hay muchas técnicas a utilizar, pero hay que elegir la que sea más eficaz para resolver el problema, entonces pienso que ese era como el objetivo de ella”.

Por otra parte, en el segundo tipo de relaciones, *entre las condiciones didácticas de las tareas matemáticas y las competencias*, en el primer grupo focal, Inicialmente, se observó solo la intervención de Sonia referida a las condiciones didácticas de realización de las actividades surgieron para complementar las ideas referidas a las tareas matemáticas de la clase y de las técnicas de realización de éstas, identificando a la técnica del trasvasije como el procedimiento intencionado en la planificación.

Sonia: “Y también veo aquello como que todo va para que trasvasijen con la unidad. 99, 199, 899, y de repente 698... Ahí va a haber un... por los niños creo yo que va a ser un conflicto, tú sabes que tienen que ver con un dos, pero ya del principio una unidad, fue 1,1,1 y lo volvía enredoso”.

Recién en la pregunta *¿Qué opinión tiene sobre el cómo se planificaron las actividades respecto de la competencia principal?*, se identifica a las condiciones didácticas como condiciones que controlan la promoción de desarrollo de competencias específicas. Esta relación se manifiesta en la intervención de Valentina, que asocia a la relación de los números el desarrollo de la competencia de argumentación.

Valentina: [sobre la competencia Argumentación]: O a lo mejor plantearla con una pregunta que ellos, los haga pensar qué pasa con estos números que están ahí, estas cifras numéricas, que cuando uno tiene por ejemplo una ficha cercana, o algo con 9, termina con 9, qué pasa con esos números, qué me conviene a mí hacer, si yo tengo $547+9$ (...). Que ellos traten de llegar... que expliquen qué podrían hacer cuando van ese tipo de ejercicio”.

En el segundo grupo focal se observaron algunas intervenciones asociadas a esta relación en que se planteó la gestión de las variables didácticas como un medio de control de la complejidad de una tarea, con el objeto de hacer accesible una técnica y competencia a los niños.

se ha descrito el grado de apropiación del MCM de la muestra en diferentes instancias de reflexión. A continuación se presentan los resultados asociados a evidenciar el cambio en la práctica en los tres casos seleccionados

Por medio de estos resultados se ha descrito el grado de apropiación del MCM de la muestra en diferentes instancias de reflexión. En el siguiente apartado se realiza un segundo nivel de análisis centrado en estudiar el cambio que tuvieron los tres casos seleccionados en las dos variables del estudio. Los cambios que tuvieron las profesoras desde el inicio del seminario hasta la implementación de la secuencia didáctica, es evidencia de la evaluación de la metodología de trabajo docente centrada en el MCM.

4.2 Estudio del cambio en las prácticas de las profesoras.

El término práctica se entenderá en el sentido amplio de la palabra, considerando los aspectos reflexivos y de desempeño. En particular, en el apartado 4.2.1 se estudia el cambio en la reflexión y en el apartado 4.2.2 los cambios asociados al desempeño. Finalmente en el apartado 4.2.3 se relaciona los cambios en las dos variables.

4.2.1 Cambio en la reflexión

Para estudiar el cambio de la reflexión en las tres profesoras, se ha recogido los niveles de reflexión propuestos en el grupo focal y se han extendido para analizar las diferentes instancias de reflexión propuestos en la investigación. Para la caracterización de estos niveles se ha articulado con los criterios propuestos por Van Es y Sherin (2010) del tipo de análisis, relevancia de los actores y foco de análisis, adaptándolos según los requerimientos de evidenciar cambios en la reflexión.

La figura 2 ilustra la configuración de estos niveles que varía en función de la presencia de causalidad en las intervenciones de los profesores. En el nivel descriptivo hay una ausencia de las relaciones de causalidad, en el nivel relacional relaciones puntuales de causalidad, en cambio en un nivel interpretativo se evidencian relaciones sustanciales de causalidad. Por otra parte el cambio en los niveles de reflexión se evidencia por cambios en el foco de análisis: en un nivel descriptivo existe una tendencia a considerar criterios de carácter pedagógicos, en cambio en los siguientes niveles desaparece para que se consideren criterios de carácter didáctico. Un segundo foco es el grado de articulación de los componentes del MCM, en los niveles altos de reflexión se esperan intervenciones en que para explicar una situación se evidencia una criterios que consideren tanto elementos competencias como de la organización matemática. Un tercer foco son los actores, en un nivel descriptivo puede centrarse en el alumno, profesor u otros actores, en cambio en un nivel interpretativo estos actores aparecen articulados. Finalmente un cuarto foco es grado de explicitación de las explicitaciones en que en un nivel interpretativo se espera que las relaciones de causalidad se expresen de manera explícita.



Figura 2: Niveles de reflexión

En la tabla 2 se presenta una graduación de cada nivel de reflexión en función de los criterios y focos descritos.

Tabla 2: Niveles de reflexión.

Nivel de reflexión	Los focos son: <ul style="list-style-type: none"> • Actor: profesor, estudiante, institución • Tópico: Lo didáctico, Lo pedagógico • Nivel de explicitación.
Descriptivo	➤ Caracterizaciones pedagógicas de la situación.

<ul style="list-style-type: none"> No hay búsqueda de causas y relaciones ¿Qué? 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Caracterizaciones didácticas de la situación, de forma exhaustiva pero fragmentadas (no articuladas con otras) ➤ Caracterizaciones didácticas de la situación, de forma exhaustiva y completa (articulando distintos elementos)
<p>Relacional</p> <ul style="list-style-type: none"> Causas que responde al para qué y por qué de una cosa en particular (aislada) ¿Para qué? 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Explicitación de causas de carácter pedagógico (que afecten la tarea matemática) ➤ Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas. ➤ Explicitación de causas de carácter didáctico articuladas de forma parcial, y de forma implícita y no intencionada en su discurso.
<p>Interpretativo</p> <ul style="list-style-type: none"> Relaciones sustanciales en función de la tarea reflexiva que se demanda analizar En este nivel lo pedagógico debiera desaparecer. ¿Por qué? 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de forma parcial, y de forma explícita e intencionada en su discurso. ➤ Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de de forma completa, y de forma explícita e intencionada en su discurso.

En consideración a estos niveles, se caracteriza el nivel de reflexión de cada caso, en cada una de las diferentes instancias de reflexión:

La primera instancia de reflexión considerada ha sido una entrevista inicial aplicada a toda la muestra antes de comenzar el seminario. Para los efectos de este análisis se recogen solamente las intervenciones de los casos. Otra instancia son los seminarios que representan espacios de reflexión de los profesores. Para describir el cambio se ha seleccionado el primero y último seminario. Otro espacio son los dos grupos focales, y finalmente las dos entrevistas realizadas a los casos sobre su propia práctica.

En la entrevista inicial, las respuestas de los tres casos a las tareas didáctico matemáticas en general corresponden a caracterizaciones de carácter pedagógico.

En Mónica, por ejemplo, en la tarea de describir sus acciones ante respuestas equivocada de los niños, Mónica responde con acciones actitudinales que se asocian más bien a criterios pedagógicos. En el caso de Sonia, en la tarea de describir el rol de alumno, Sonia utiliza criterios amplios y no de carácter didáctico. Asimismo Valentina, en la tarea de describir los criterios que utilizan para organizar la enseñanza, señala el objetivo, los momentos y recursos, que responden a una caracterización más bien pedagógica de la enseñanza. Estas intervenciones se asocian a la primera escala del nivel descriptivo.

Tabla 3: Ejemplo de caracterizaciones pedagógicas (nivel descriptivo)

Describir sus acciones ante respuestas equivocada de los niños	<i>Mónica: les hago creer que yo me equivoqué</i>
Describir el rol de alumno	<i>Sonia: Para mí, alumnos y profesores deben tener una participación activa dentro del aula. El alumno, ¿Por qué activa? Porque él tiene que participar más dentro de las actividades que uno pueda desarrollar con ellos. Y no tan solo las que uno lleva dispuestas a la clase. Ya que si bien, uno va con un objetivo de la clase y se guía por una planificación, las actividades pueden cambiar en el momento y si no me resultó una actividad con un</i>

	<i>niño, a lo mejor, preguntarle a ellos, con qué actividad crees tú que podrías aprender...</i>
Describir los criterios que utilizan para organizar la enseñanza	<i>Valentina: hay que tener claro el objetivo, y desde ahí ver lo que tienen que aprender, el cierre, los recursos que las actividades sean progresivas...</i>

En los seminarios se presenta los primeros cambios al nivel relacional. En el octavo y último seminario. Ante la tarea de evaluar las respuestas de dos estudiantes, en que el primero tiene la respuesta correcta con ausencia del procedimiento y el segundo tiene la respuesta incorrecta con una justificación correcta del procedimiento, los tres casos se sitúan en un nivel relacional y con algunas intervenciones de Sonia y Valentina en un nivel interpretativo.

Valentina: en la número uno, la respuesta uno identifiqué y lo comentamos de que el niño hace, asigna un, establece una secuencia numérica, asigna un número a cada elemento a cada autito. Pero él sigue un orden que él establece que es hacia abajo, después hacia arriba, mantiene una secuencia. En el caso dos él asigna un número pero no sigue una secuencia, llega hasta 6 y después repite lo mismo del 1 al 6, entonces ahí se encuentra que en el medio se le asignan 2, 2 números a el mismo elemento, entonces el llega hasta 6 pero... de una secuencia... El primer caso el niño como asignó un número a cada elemento, estableció una secuencia, llegó hasta el 12, para él su resultado es el 12, pero en la situación en general ninguna dice 12. Entonces él asocia de que $7+5$ son 12, o sea tiene claro lo que es juntar, lo que, tiene claro lo que es la operación, lo que debe hacer.

Guía: ¿Qué pasa con el segundo niños?

...

Sonia: Pero le asigna menos números, en total, Entonces él cree que está correcto.

Mónica: Entonces el niño está haciendo algo mecánico, no está razonando... Se pinta ya, o sea no se da cuenta que es un... porque él está contando.

Valentina: Lo que pasa es que yo aquí marco, yo también tenía una duda de que, pero Nelly me dice, me dice, yo pensé que el niño no tiene claro el concepto de juntar, pero sí porque abajo en la respuesta él lo tiene, dice "porque se juntan los 6 autos + los 7 que van" en su respuesta lo da él, lo que pasa es que secuenció.

Guía: ¿Qué sabe el segundo niño?

Sonia: Sabe determinar que la operación o la acción que va a llevar a, a saber en la justificación.

Guía: ...¿qué otra sabe hacer el segundo niño?

...

Sonia: es que si la pregunta fuera en relación solamente a la primera parte a marcar, entonces después hay una justificación, la justificación hace que uno piense diferente de asignar, por ejemplo si tuviéramos que asignar un puntaje, sí podría tener porque tiene clara identificar la acción y la operación. Ahora que la operación que él marcó no era correcta en la medida que no le iba a dar el total, pero sí sabe qué tiene que hacer y justifica correcto, incluso yo pienso que justifica mejor que el niño de arriba... porque él dice que porque se juntan los 6 autos, en cambio el niño dice porque $7+5$ son 12, pero en ninguna parte habla de la acción

Mónica: yo insisto que el niño tiene dos visiones distintas del problema, el niño de arriba que marcó como una sola operación, todo como una sola operación y el de abajo fueron dos operaciones diferentes. Entonces si era así podría decir que estoy entre los dos, pero... tendría que decir también lo que está pasando. Porque el niño no ve el ...no quiero ver como dos condiciones diferentes.

Mónica en sus intervenciones realiza explicaciones principalmente de carácter relacional. En su primera intervención explica el procedimiento aludiendo que es mecánico y que no razona, y en su segunda intervención contrasta los procedimientos. Sus intervenciones corresponden a una explicitación de carácter didáctico pero que se clasifica como fragmentada y no articulada porque no logra articular con otros elementos tal como la argumentación.

En el caso de Sonia sus intervenciones se asocian a nivel relacional e incluso interpretativo. Sonia interviene explicitando causas de carácter didáctico de lo que sabe realizar el segundo niño – nivel relacional- y además tiene intervenciones del más alto de nivel interpretativo al posicionarse que le asignaría mejor puntaje al segundo niño, apuntando a que éste justifica fundamentándose en la acción de la operación, dado que articula los diferentes componentes del MCM.

En el caso de Valentina, realiza descripciones y explicaciones de carácter didáctico de buena calidad. En su primera intervención Valentina realiza una caracterización de las respuestas de cada niño lo que representa una descripción exhaustiva y completa. Para luego explicar los procedimientos de los niños en un nivel interpretativo.

En los grupos focales, Sonia y Verónica presentan más habitualmente reflexiones en un nivel interpretativo, y Mónica en un nivel relacional.

Mónica en frente a la tarea de emitir un juicio respecto de una planificación con base en el MCM, ella manifiesta una reflexión que en ocasiones alcanza el nivel relacional, pues establece causas respecto del para qué se incorporaron ciertos elementos en dicha planificación en forma aislada, sin una articulación sustancial, lo que se evidencia en que no identifica las incongruencias didácticas presentes en la planificación. En este discurso se pueden observar una descripción y explicación con algunos elementos de carácter didáctico.

Sonia manifiesta reflexiones de gran profundidad con mucha frecuencia a lo largo de ambos grupos focales. De hecho, se observan pocas intervenciones que manifiesten una reflexión descriptiva. Sus producciones son principalmente de nivel relacional / interpretativo. Ejemplo de ello es que frente a la tarea de identificar y describir el propósito de la planificación de una clase, ella establece relaciones entre la gestión propuesta con ciertos procesos y sus competencias. Aquí es importante señalar que mientras la mayoría de las otras participantes respondieron identificando y describiendo (en consistencia con la tarea solicitada), Sonia va más allá de lo escrito en la planificación y señala explícitamente su interpretación de las actividades y de la gestión planificada, argumentando en forma consistente.

Valentina manifiesta también reflexiones profundas con frecuencia a lo largo de ambos grupos focales. De hecho, se observan pocas intervenciones que manifiesten una reflexión descriptiva. Frente a la tarea de identificar el propósito de la planificación, ella fue la única que identificó procesos competenciales como parte del objetivo de la clase. Además, y en forma espontánea, propone una modificación de las condiciones didácticas de la clase para dar mayor consistencia interna a la clase. Es decir, y al igual que Sonia, Valentina va más allá tanto de lo pedido como de lo que se observa en la planificación.

En la tabla 4 se presentan ejemplos de intervenciones de las tres casos en los diferentes niveles descritos.

Tabla 4: Caracterizaciones en niveles descriptivos e interpretativos en los grupos focales

<p>Emitir un juicio respecto de una planificación</p> <p>Nivel relacional</p>	<p>Mónica: <i>“Yo creo que está bien, porque primero que nada la profesora le pide a los niños que sume y reste los datos más importantes luego les pide que representen a través del esquema... eso... o sea, al subrayar los frascos el niño tiene que decir la cantidad va a crecer va a achicar si son dos cosas distintas si es una sola cosa hay ellos están aplicando razonar luego los va representar a través del esquema en el caso yo estoy suponiendo que trabajaron con cartulina y papel lustre que es lo que están utilizando para el esquema después, y eso está haciendo para la modelización claro que acá les piden que conversen que hagan todo lo que tiene indicado aquí pero principalmente ella vuelve hacer énfasis en el esfuerzo en el asunto le pregunta y vuelve a reafirmar lo que le plantea en el problema cuando dice que se debe hacer cuando se resuelve un problema, cuales son las palabras claves para que ellos que todavía no han entendido como se resolvieron los cálculos en el caso de identificar que</i></p>
---	--

	<i>es lo que tenía que hacer si era agregar una visión si había achicado una sustitución y después le consulta para que sirvieron los esquemas para que observara no solo mental sino que también vieran que el esquema les va a servir para vieran que la cantidad creció no que achico, así que yo creo que está bien”.</i>
Identificar el propósito de la planificación	<i>Sonia: “Según lo que aparece aquí tiene 3 competencias a desarrollar: está la de resolución de problemas, la de argumentación y cálculo y manipulación de proposiciones, esos son los tres que tenía la profesora, eso veo aquí, se ve más allá que le pide representar, después usar modelos del trasvasije y los cálculos usando el modelo, cuando el razonamiento y argumentación, cuando le pide a los niños “promover que los niños discutan qué es un problema dónde se ven las partes” que hay que calcular el todo, luego “permite que los niños compartan sus respuestas y procedimientos” en la medida que compartan estas respuestas y procedimientos estaría entrando la argumentación”.</i>
Nivel Interpretativo	<i>Valentina: “Yo bueno como dije anteriormente, yo según mi opinión en cómo está en el desarrollo el problema, a lo mejor ellos ya manejan la técnica del trasvasije, yo lo habría dado en vez del cálculo le habría dado, puesto un problema más para ver si ellos realmente entienden lo que están haciendo, están comprendiendo, están siguiendo los pasos, están aplicando la modelización, que están haciendo el esquema y todo, pero yo suponiendo de que ellos ya manejan esta técnica, porque se supone, yo acá estoy preguntando, estoy haciendo el cierre de manera reflexiva, les estoy preguntando cómo resolvieron, para qué sirvieron los esquemas, cómo resolvieron el problema, entonces ellos me van a explicar cómo lo resolvieron, cómo realizaron el cálculo si tiene ahí tantas fichas 500, 657 y el otro tiene 99 cómo realizaron ese cálculo, entonces se supone que ahí me van a explicar que técnica utilizaron ellos. Entonces yo no les habría hecho estos cálculos, les habría hecho un problema más</i>

En el análisis de las propias prácticas, las profesoras presentan respuestas en los tres niveles, desde caracterizaciones didácticas de la situación, de forma exhaustiva y completa a explicaciones de carácter didáctico.

En la tarea de describir el momento de inicio de una clase, Mónica realiza un análisis relacional en que explicita lo que sucede mediante las técnicas y competencias, articulando de forma parcial.

Mónica: Quería ver cuál eran las técnicas que habían utilizado, que ellos me las expresaran, la comunicación también estaba aquí, que me explicaran el uso del esquema si lo habían entendido bien o no lo habían entendido, estaba viendo también lo que era, en el fondo estaba viendo todas las competencias, estaba viendo la combinación, la resolución de problemas que ahí estaba el uso del esquema, estaba la operatoria, también estaba, todo po. En el fondo lo que más me interesaba era que ellos hablaran, que participaran

...

Entrevistador: Tenías modelización con el uso del esquema, tenía cálculo por todas las diferentes estrategias que tenías y además tenías argumentación, tenías 3 competencias, tenías hartas competencias en la planificación. De estas competencias tú me puedes decir cuáles fueron las que más se promovieron? En las 5 clases, de estas 3 modelización, cálculo y argumentación

Monica: Se promovieron las 3, las 3 yo creo que en igual medida porque la guía fue hecha con esa intención, lo que pasa es que aquí no se ve en el cierre, pero sí estaba durante el desarrollo de la clase, por el hecho de que como yo, como trabajo con los niños y voy uno por uno molestándolos, uno por uno me tiene que ir explicando, ya ellos me van argumentando, pero por qué hiciste esto, por qué hiciste lo otro. A la vez voy viendo si están desarrollando los problemas, la operación matemática que están utilizando, por lo tanto durante la clase se desarrollaron las 3, al final a lo mejor utilicé lo que era la comunicación para hacerlos hablar en conjunto, pero durante la clase en forma individual lo tuvieron que hacer

Ante la tarea de describir el cierre, Sonia explica criterios didácticos para la gestión del cierre, y es capaz de decir que no se promueven competencias porque los niños no intervienen. El

saber identificar los elementos presentes como ausentes se asocia a un nivel interpretativo, en que las explicaciones pueden ser fragmentadas, dado que no se evidencia que sean articuladas.

Sonia: En esa clase se trataba que era una ejercitación de las técnicas, pero ellos tenían que ser capaces de elegir la adecuada para ese momento y de eso se trata ahí, yo hago el análisis de que fueron capaces de elegir la técnica adecuada de las 2 que les había dado y hago notar que hay algunos que obvian el paso de dar se convierte, sino que al tiro lo piensan, y en esa clase que era la 4º habían niños que lo hacían ya ah, 79, 80 y el otro 5, 4, 84, yo creo que ahí se logró, la idea era saber elegir la técnica adecuada, aplicarla y eso. No veo que yo esté ahí como sistematizando, les pedimos, no estoy sistematizando la técnica o las técnicas, sino que estoy viendo que sí se puede elegir, que sí son capaces de hacerlo, como que les hago ver de que ellos fueron capaces de cumplir, elegir y aplicar la técnica

Entrevistador: Tú percibes que estas promoviendo competencias en este cierre

Sonia: es que ese cierre lo hago yo no más, eso es mío, los niños no tienen mayor participación, ese es el cierre de la unidad en general y ahí lo hago yo, es propio, yo no veo la competencia en el niño, que argumente por ejemplo, porque el cierre, mire un niño ahí me escucha.

En la segunda entrevista Valentina muestra varias respuestas de nivel interpretativo, y las respuestas en otros niveles son en la escala más alta del nivel. Por ejemplo en la tareas de describir el cierre de una clase, Valentina se sitúa en un nivel descriptivo con caracterizaciones exhaustivas y completas, porque es capaz de describir la técnica de trasvasije no solo como un procedimiento que es parte de un contenido, sino también como una competencia, es capaz de entender la capacidad de calcular tanto como una tarea matemática que se trabaja mediante técnicas específicas y como una competencia que se trabaja a largo plazo en que las diferentes técnicas representan contextos para el desarrollo del cálculo.

Valentina: En ese cierre fue que ellos se dieran cuenta de la técnica que estábamos trabajando, que antes utilizábamos otras técnicas que esta era una nueva técnica y que la idea de esta nueva técnica es que nos facilite el cálculo que estábamos haciendo, porque antes contábamos con cinta, con otros objetos y ahora teníamos la nueva técnica que nos iba a ayudar y que ellos se dieran cuenta que era más eficiente esta técnica para determinados casos, cuando tenemos que terminan en 8 agrego 2, cuando terminan en 9 agrego 1 para formar la decena, eso más que nada se enfocó el cierre

Trayecto de reflexión en los casos: A modo de describir la trayectoria de cada uno de los casos, en la tabla 5 se describen los niveles de reflexión que se presentan en las diferentes instancias de reflexión.

Las tres profesoras evidencian cambios en sus trayectorias reflexivas. En los primeros niveles las tres se sitúan en un nivel descriptivo en una caracterización pedagógica, y a modo que avanzan en las diferentes instancias reflexivas las profesoras avanzan en los niveles interpretativos.

Las profesoras tienen diferentes trayectos en sus niveles de reflexión, Mónica muestra intervenciones a un nivel interpretativo en la última instancia reflexiva, y en la escala más bajo de este nivel. Sandra desde mucho antes se sitúa en este nivel interpretativo, desde la primera entrevista y sobre todo en el grupo focal. Si bien tiene algunas intervenciones en la escala más alta, en general sus reflexiones están en la primera escala. Verónica si bien en la última instancia se sitúa en un nivel interpretativo, desde las instancias anteriores muestra intervenciones en ese nivel, desde los grupos focales.

Tabla 5: Trayectorias niveles de reflexión de los tres casos.

	Entrevista	Seminario(1 y 2)	Seminario (7 y 8)	Análisis práctica 1	Grupos focales	Análisis práctica 2
--	------------	------------------	-------------------	---------------------	----------------	---------------------

Mónica	Descriptivo Caracterizaciones pedagógicas de la situación	Descriptivo Caracterizaciones didácticas de la situación, de forma exhaustiva pero fragmentadas	Relacional Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas.	Relacional Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas	Relacional Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas	Relaciona Explicitación de causas de carácter didáctico articuladas de forma parcial, y de forma implícita en su discurso
Sonia	Descriptivo Caracterizaciones pedagógicas de la situación	Descriptivo. Caracterizaciones didácticas de la situación, de forma exhaustiva y completa (articulando distintos elementos) Relacional	Relacional Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas	Interpretativo Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de forma parcial, y de forma explícita en su discurso	Interpretativo Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de forma parcial, y de forma explícita en su discurso	Interpretativo Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de forma parcial, y de forma explícita en su discurso
Valentina	Descriptivo Caracterizaciones pedagógicas de la situación	Descriptivo Caracterizaciones didácticas de la situación, de forma exhaustiva pero fragmentadas (no articuladas con otras)	Relacional Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas	Relacional Explicitación de causas de carácter didáctico, pero fragmentadas y no articuladas	Interpretativo Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de forma parcial, y de forma explícita en su discurso	Interpretativo Explicaciones de carácter didáctico, pertinentes a la tarea didáctica, articuladas de forma parcial, y de forma explícita en su discurso

4.2.2 Cambio en el Desempeño docente

Para estudiar el cambio en el desempeño en las tres profesoras, se ha discutido cuáles serían los temas paradigmáticos en que deberían situarse los cambios de las profesoras. Para definirlos se han reorganizado los indicadores de las pautas de observación de planificaciones y gestión de la enseñanza en focos que permitieran caracterizar este cambio, de este análisis se derivó a cinco focos que permiten explicar los cambios en las profesoras.

El primer foco es problematización, asociado con tareas en que se promueve una problematización de la actividad matemática escolar mediante la activación de los conocimientos previos, formulación de situaciones que provoquen un conocimiento matemático nuevo y una evolución de las técnicas. Indicadores asociados a los momentos de inicio de la clase y desarrollo de la clase.

El segundo foco es articulación, caracterizado por medio de indicadores del momento de inicio y cierre centrados en promover la articulación entre los conocimientos previos con los conocimientos matemáticos nuevos.

El tercer indicador es finalidad, entendido como intención y sentido de la actividad matemática, los indicadores presentes se asocian principalmente a entender la problematización de la actividad matemática, los procesos competenciales y gestión del error.

El cuarto foco es la argumentación, asociada a que los estudiantes comuniquen, justifiquen y contrasten sus procedimientos e ideas matemáticas.

Finalmente, el quinto foco es la socialización, que promueve la argumentación colectiva de los procedimientos e ideas matemáticas.

La tabla 6 describe los focos en función de los indicadores que se han seleccionado para caracterizar tales focos, tanto de la pauta de análisis planificación como de la pauta de observación de clases.

El desempeño de un profesor en el aula de matemáticas se puede caracterizar por el dominio en estos focos, que a su vez se evalúa por su dominio en cada uno de los indicadores, mientras más indicadores logrados mejor dominio en el foco.

Tabla 6 Dimensiones de cambio según indicadores de desempeño

Focos	Indicadores sustanciales de cambio
Problematización	<p>La profesora activa adecuadamente los conocimientos previos pertinentes al propósito de la clase.</p> <p>La profesora formula una situación problemática abordable para los estudiantes que incluye el conocimiento matemático nuevo.</p> <p>La profesora gestiona adecuadamente las actividades diseñadas para provocar una evolución en las estrategias o técnicas utilizadas por los alumnos.</p>
Articulación	<p>La profesora activa adecuadamente los conocimientos previos pertinentes al propósito de la clase.</p> <p>La profesora realiza una síntesis y sistematización adecuada acerca del nuevo conocimiento matemático abordado en la clase, articulándolos con los conocimientos previos.</p>
Finalidad (Intención y sentido)	<p>La profesora gestiona adecuadamente para que la mayoría de los niños comprendan la problematización de la actividad matemática y con ello actúen.</p> <p>La profesora gestiona adecuadamente las actividades matemáticas que activan los procesos que involucran la competencia declarada.</p> <p>La profesora gestiona adecuadamente en el cierre de la clase preguntas sobre aspectos de la actividad matemática que permiten reconocer en los alumnos los procesos en juego.</p> <p>La profesora gestiona los errores o dificultades de los alumnos haciendo preguntas que permitan problematizar el error o dificultad.</p>
Argumentación	<p>La profesora da un tiempo adecuado para que los alumnos comuniquen sus producciones iniciales (estrategias, resultados, explicaciones).</p>

	<p>La profesora estimula la contrastación entre procedimientos usados alumnos de modo que reconozcan los alcances y limitaciones de los procedimientos y conocimientos matemáticos usados en la clase.</p> <p>La profesora gestiona la clase planteando preguntas clave de tal modo que los alumnos comuniquen sus ideas y las argumenten.</p>
Socialización	<p>La profesora promueve que todos los estudiantes comuniquen con coherencia y claridad sus procedimientos e ideas matemáticas.</p> <p>La profesora promueve que los alumnos analicen y evalúen las estrategias y el pensamiento matemático de los demás, para que impacten en los procedimientos e ideas matemáticas.</p> <p>La profesora gestiona que, en forma colaborativa con los estudiantes, surjan las justificaciones de la actividad matemática realizada en la clase.</p>

Se analizó el cambio en el desempeño en los focos. Se realizó el análisis en función de los indicadores de planificación para cada uno de los casos, para luego un análisis en función de los indicadores de observación de clases.

Entre los cambios más relevantes en preparación de la enseñanza, en las planificaciones PRE Valentina y Sonia no presentan indicadores logrados y en las planificaciones POST tienen una notable mejoría en los indicadores. En particular estas profesoras presentan cambios notables en las planificaciones de las clases 1 y 4 del POST aunque claramente sólo el foco problematización es el que está logrado. Mónica en cambio si bien presenta en las planificaciones PRE algunos indicadores logrados, en las clases POST presenta una evolución negativa pues no manifiesta una mejoría.

Respecto a los cambios en la gestión de la enseñanza En las clases iniciales Valentina y Sonia no presentan indicadores logrados y en las siguientes clases tienen una notable mejoría en los indicadores logrados. En particular Sonia presenta cambios notables desde la clase 1 del POST mientras que Valentina en la tercera del POST logra los mismos indicadores que Sonia. Mónica en cambio si bien presenta en la clase PRE tres indicadores logrados, en las clases POST presenta una evolución solamente en algunos aspectos y otros los mantiene constantes lo que evidencia menores indicadores logrados en comparación a Valentina y Sonia. Por tanto, Mónica presenta una menor variación en el cambio que Sonia y Valentina.

4.3 Articulación entre desempeño y reflexión

Se establecen las siguientes relaciones a destacar de las trayectorias de los casos entre la variable reflexión y la variable desempeño.

Variación en la reflexión se corresponde con varianza en el desempeño: Se ha evidenciado que tanto Sonia como Valentina que muestran una mayor varianza en el nivel de reflexión pasando de descriptivo a interpretativo, también presenta cambios en el desempeño en todos los focos. Mientras que Mónica que evidencia menos cambio en la reflexión, presenta menos cambios en el desempeño.

Una temprana variación en la reflexión se refleja en un cambio en el desempeño: Sonia es la primera profesora que obtiene niveles interpretativos, y a su vez la que presenta una mayor frecuencia de logro en los indicadores de desempeño que se refleja en la primera clase del POST con 13 de los 15 indicadores logrados.

Niveles altos de reflexión se corresponde con dominio en el desempeño. Valentina y Sonia presentan los niveles más altos de reflexión y también de desempeño, mientras que Mónica que presenta un nivel medio de reflexión a su vez presenta niveles medios de desempeño.

Un desempeño alto se corresponde con una planificación bien preparada: Valentina y Sonia quienes mostraron una notable mejoría en los indicadores de preparación de la enseñanza, también muestran evolución en la gestión de la enseñanza, Para Monica quien presentó menos avances en la planificación, también presentó menos focos logrados en el desempeño.

La interpretación de los resultados no pretende que se reduzca una relación de causalidad directa de que a un mayor nivel de reflexión mejor desempeño, sino que tipo de análisis realizado se ha enfocado a comprender las relaciones que pueden existir entre las dos variables que la podemos resumir en que las dos profesoras que han tenido más cambios en su desempeño está asociado con cambios importantes en sus niveles de reflexión.

5. Conclusiones

El diseño e implementación de una metodología de trabajo docente, en cuanto a los dos primeros elementos del objetivo general de este trabajo, se desarrollaron mediante el diseño de un proceso de estudio basado en el MCM (objetivo específico 1) y el desarrollo e implementación de un seminario de trabajo docente (objetivo específico 2).

Las conclusiones sobre estos objetivos se describen en términos de la *comprensión de los temas del seminario* que aluden al MCM, y de la *metodología de trabajo docente*.

Respecto a los temas del seminario, se puede concluir que la comprensión de las competencias matemáticas pasó más por un entendimiento de cada competencia específica que por su comprensión global, lo que se evidenció en que las profesoras discutían las actividades haciendo referencia a la argumentación, la modelización, el cálculo, pero no refiriéndose en general a las competencias.

Las profesoras comprendieron la relevancia de una buena gestión de los elementos de la organización matemática: tareas, técnicas, variables didácticas y sus condiciones de realización, tecnología y teoría. Si bien algunas profesoras habían tenido experiencias con la estrategia LEM, tanto las que lo conocían como las que no, valoraron poder organizar la actividad matemática en estos términos. Asimismo, las profesoras, en distinto grado, incorporaron los elementos de la organización matemáticas para diseñar su secuencia didáctica.

Respecto a los casos clínicos, podemos concluir que su incorporación en los seminarios permitió que las profesoras pusieran en evidencia la apropiación de los elementos del modelo. Los tres casos clínicos que se grabaron sirvieron de pie para que se generaran tres situaciones de análisis más, a partir de las implementaciones puntuales que se realizaron en el transcurso del seminario. Los casos clínicos eran precedidos por actividades que introducían el tema de la sesión del seminario, y las preguntas realizadas por los investigadores en el análisis del caso clínico, tenían la intención de problematizar la actividad anteriormente vista. Esta secuencia de los talleres de seminario reportó discusiones ricas en reflexión por parte de las profesoras, tal como se ha evidenciado en el estudio de las competencias de modelización y argumentación. Por tanto, una de las contribuciones de esta metodología de trabajo docente son actividades secuenciadas que permiten apropiarse del modelo de competencia didáctica y generar reflexiones docentes por medio del análisis de la práctica.

Se diseñó un seminario de ocho sesiones en las cuales se reflexionó, en una primera instancia, sobre cada una de los componentes del modelo, se pasó a un segundo momento,

en el cual se creó una secuencia de enseñanza que posteriormente se implementó en aula. Respecto a la experiencia en el diseño de dicha secuencia, se evidenció que el tiempo invertido (cuatro sesiones) para estudiar los elementos de un diseño fue el suficiente para que las profesoras aplicaran los temas discutidos en la primera parte del seminario.

Otro aspecto a destacar son las instancias de reflexión cada vez más complejas. En el seminario mediante los casos clínicos se discutieron sobre prácticas de otros profesores, luego en la segunda parte del seminario se discutió tanto sobre sus propias prácticas como sobre planificaciones, y en las entrevistas finales solamente sobre su propia práctica. Las tareas didáctico matemáticas que se solicitaban en estas instancias eran cada vez más complejas promoviendo reflexiones más profundas en las profesoras.

Las secuencias en las diferentes instancias de reflexión, representa un modelo para orientar las trayectorias reflexivas sobre la práctica de las profesoras. El análisis de la práctica es en el sentido amplio de la palabra, considerando planificaciones y gestión de la enseñanza, y espacios de reflexión grupal como el seminario y grupos focales y espacios personales como las entrevistas.

La evaluación de la metodología docente, asociado al objetivo 3 y 4 de investigación, se ha realizado caracterizando la comprensión del MCM de los docentes. El impacto de esta metodología se determina por el nivel de apropiación de las profesoras del MCM, en que un alto nivel de apropiación significaría que la metodología es eficaz. La apropiación se caracteriza a través del estudio de la reflexión y el desempeño de las docentes.

Para estudiar el nivel de apropiación, se han seleccionado a tres de las profesoras del seminario para realizar un estudio de casos. Se ha caracterizado el cambio en la reflexión de los tres casos por medio de niveles de reflexión y se ha evidenciado que los niveles de reflexión aumentan en los casos desde niveles descriptivos hasta interpretativos, produciéndose los cambios de manera paulatina en las diferentes instancias de reflexión.

Las profesoras evidencian diferentes trayectorias de reflexión, produciéndose que una profesora alcance reflexiones en niveles altos y de manera más temprana que otra en las instancias reflexiva. Los tres casos comparten que pasaron de un nivel descriptivo de carácter pedagógico, a niveles interpretativos que demuestran causalidad con criterios didácticos mediados por el Modelo de Competencia Matemática.

Respecto al cambio en el desempeño, estudiado a través de los casos, se ha propuesto cinco focos que sistematizan los temas paradigmáticos en que se sitúan los cambios de un profesor de matemáticas: Problematización, articulación, finalidad, argumentación y socialización. Existen varios criterios para caracterizar el desempeño docente; Beas, Gómez y Thomsen (2008) proponen características de un profesor tanto para la planificación como para la enseñanza. Si bien varios aspectos pueden coincidir tales como la consideración de las ideas previas, son de naturaleza diferentes puesto que no están caracterizados desde la particularidad del profesor de matemáticas. Los cinco focos propuestos en función de indicadores, contribuyen a dotar de especificidad a los criterios de buenas prácticas para un profesor de matemáticas.

Respecto a la preparación de la enseñanza, los cambios más importantes están en el foco problematización, mientras que en la gestión de la enseñanza se presentan cambios importantes en problematización y en articulación. Los otros focos también presentan cambios de manera más paulatina siendo el foco de argumentación y socialización los focos en que se presentaron cambios de forma más rápida en algunos de sus indicadores.

El avance en estos focos, presenta un enriquecimiento de sus prácticas para las profesoras. Varios de estos cambios se pueden explicar desde el modelo de competencia matemática,

modelo didáctico que permite organizar la actividad matemática escolar mediante unos criterios que consideren promover competencias matemáticas no de forma aislada con la actividad matemática, sino que en sintonía con el estudio de una organización matemática específica. Mediante el estudio del MCM en los seminarios, las profesoras han obtenido más herramientas que se ha constatado en la calidad de sus reflexiones y en la calidad de su desempeño. Un ejemplo es la competencia de argumentación que fue ampliamente valorada por las profesoras y puesta en práctica en sus aulas, lo que se reflejó en que indicadores de los focos de argumentación y socialización mostraran cambios importantes desde las implementaciones intermedias que realizaron las profesoras en el seminario, Furió y Carnicer (2002) plantean que una condición de mejor desempeño en los profesores, es que valoren positivamente y estén convencidos de que la implementación mejorará el aprendizaje de sus alumnos. Las profesoras estaban convencidas de que debían promover la argumentación en sus aulas y ello impactó en sus prácticas.

Con ello, no se pretende que se deba instruir a todos los profesores en este modelo, pero sí dejar en evidencia que un modelo didáctico que permite desglosar la actividad matemática escolar entrega herramientas que mejoran las prácticas del profesor.

Los resultados del proyecto han permitido establecer explicaciones del cambio en el desempeño, desde las reflexiones de las profesoras. Si bien el tipo de estudio que se ha realizado no pretende mostrar que, a un mayor nivel de reflexión, mejor desempeño, al seguir tanto los procesos reflexivos como los desempeños de cada uno de los casos, se ha constatado que las profesoras que han tenido más cambios en su desempeño, son también aquellas que mostraron cambios importantes en sus niveles de reflexión. Lo que a su vez implica que la metodología de trabajo docente propuesta ha impactado en el desempeño por medio de las instancias de reflexión que se han promovido en los seminarios. El entendimiento de varios de los criterios didácticos estudiados en el seminario pasa porque los profesores vivencien instancias reflexivas. Para comprender la importancia de las condiciones de realización de una tarea matemática, así como el tipo de preguntas para promover procesos competenciales en los estudiantes, es fundamental el estudio de las prácticas por medio de casos clínicos, y en particular el hecho de poder analizar la propia práctica permite a los profesores visualizar qué han cambiado de sus prácticas. Las múltiples relaciones permiten establecer que es sustancial que un modelo didáctico sea estudiado en una metodología acorde y viceversa, una metodología de trabajo docente debe ser mediada por un modelo didáctico robusto.

Varios autores plantean que los cambios en las prácticas en los profesores es lento, y que los cambios en sus reflexiones no se vislumbran en sus desempeños, siendo necesario modelos de formación sistemáticas y permanentes que permitan al profesor reflexionar y tomar conciencia de las inconsistencias entre la teoría y la práctica tanto a nivel personal como con otros docentes (Beas, Gómez, y Thomsen, 2008).

Respecto al modelo didáctico, es importante hacer un alcance sobre la manera de promover las competencias a los estudiantes. Del mismo modo que en los niveles iniciales no se debería promover que los estudiantes establezcan diferencias entre las estructuras matemáticas – álgebra, números, datos, medida, geometría- dado que discutir sus diferencias requiere de niveles de abstracción que en niveles medios y avanzados sería más pertinente estudiar. En primer ciclo no debería ser finalidad del docente enseñar competencias matemáticas, sino que considerarlas como un medio para organizar y gestionar el quehacer matemático en el aula. En cambio, en los niveles medios y sobre todo avanzados, el profesor debería promover que los estudiantes tomen conciencia que la actividad matemática no son estructuras matemáticas atomizadas sino que comparten ciertos procesos matemáticos. De ahí la importancia de explicitar las competencias matemáticas en los estudiantes.

La investigación que se ha realizado se enmarca en una línea de investigación más amplia denominada competencias matemáticas (Solar, Rojas y Ortiz, 2011). Sus orígenes comenzaron hace pocos años con las primeras propuestas del Modelo de Competencia Matemática (MCM) que ha permitido estudiar problemáticas en torno al currículo de matemáticas (Espinoza et al, 2008) y ha permitido caracterizar competencias matemáticas que se ponen en juego en el estudio de un tema matemático específico en el aula de matemáticas (Solar, 2009). La investigación actual se enmarca en la formación de profesores. Ha sido sustancial estudiar con docentes el modelo competencial propuesto, reflexionando sobre su gestión en el aula y en cómo se llevan a cabo y concretizan en actividades matemáticas relevantes. Considerando los resultados nacionales e internacionales relativos al conocimiento matemático y didáctico de los profesores de educación primaria, el desarrollo de modelos que contribuyan a la formación docente en aspectos altamente valorados por la comunidad internacional como lo es el enfoque por competencias, y presente en nuestros actuales documentos curriculares, permitiría mejorar éstos y otros indicadores, tanto a nivel del profesorado como de los propios estudiantes.

Nuestro desafío a futuro es poder estudiar problemas en torno al aprendizaje matemático de los estudiantes basado en competencias, como por ejemplo problemas tradicionales de dificultades de aprendizaje en un determinado contenido que pueden ser ahora interpretados desde una visión de los procesos y competencias matemáticas. Este tipo de problemáticas requieren estudios longitudinales extensos temporalmente para analizar los desempeños de los estudiantes. Una condición es que los profesores sigan participando en espacios de reflexión fecunda. Para que la metodología de trabajo docente impacte en los profesores y en los estudiantes, tiene que prolongarse en el tiempo.

Los casos clínicos elaborados para este informe tienen como propósito que pueda servir a la comunidad educativa como un dispositivo para generar instancias reflexivas tanto en formación inicial como continúa. Se ha comprado el dominio www.competenciasmatematicas.cl en que estarán disponibles los casos clínicos para la comunidad. Esta página además de difundir los resultados de este proyecto, será el espacio de los académicos que conformamos la línea de investigación competencia matemática, y se compartirán otros trabajos del grupo y publicaciones de interés.

6. Recomendaciones para políticas públicas

El proceso de formación continua de profesores es uno de los desafíos más complejos para la mejora de la calidad de la educación. Es reconocido que las culturas docentes son resistentes al cambio de prácticas pedagógicas, con lo cual no cualquier proceso de formación puede llegar a ser adecuado según contextos específicos.

En este contexto, la propuesta que se ha implementado por medio de este proyecto para trabajar con profesores, apuesta a ser una metodología sistémica y sistemática, que contempla un modelo didáctico robusto a la base de su quehacer, y cuya forma de desarrollarse potencia la contrastación y quiebre de culturas arraigadas en los y las docentes.

Esta metodología de trabajo docente se basa en un modelo didáctico integrado (MCM), que complejiza la acción de la enseñanza desde la propia actividad matemática escolar. Es desde aquí que aborda el análisis de los distintos elementos que implican lograr efectivos aprendizajes en los estudiantes, a la vez que desarrollar competencias que perduran en el tiempo.

Este modelo de competencia matemática presenta elementos estructurales de la actividad de aula, tal como son las organizaciones matemáticas de referencia, los procesos competenciales

adyacentes a dichas organizaciones, y la necesaria progresión de complejidad, que se convierte en elemento fundamental en los desafíos cognitivos necesarios para el aprendizaje.

Sin embargo, un modelo didáctico como el presentado, por sí solo no es suficiente para lograr cambios que impacten a nivel de clase. Se requiere de formas de trabajo que potencien distintos elementos. En este sentido es que la propuesta de trabajo docente contempla momentos de estudio del modelo didáctico, momentos de diseño de experiencias de aprendizaje basadas en dicho modelo, e implementaciones de dicha secuencia junto a las reflexiones proyectivas y retrospectivas necesarias para complejizar la actividad de aula, además de retroalimentaciones permanentes del quehacer docente.

La potencia de un modelo de este tipo debe ir acompañada por parte de los agentes formadores, o de quienes incentivan esta política, de un beneficio al docente (acreditación, mejoras contractuales,...), ya que el solo compromiso no basta para el logro efectivo de la apropiación de modelos didácticos innovadores. En este proyecto, hemos visto el alto compromiso de las docentes al asistir y participar del mismo, pese a las restricciones institucionales por las cuales permanentemente se veían afectadas, sobre todo a la hora de poner en práctica las comprensiones que lograban en el transcurso de la experiencia.

Es por esto que la participación de los docentes en este tipo de metodología de formación continua, debe ser promovida e instalada a nivel de escuela. Es muy difícil que un profesor aislado pueda sostener en el tiempo cambios paradigmáticos en su práctica, si al mismo tiempo la institución en la que ejerce tiene instalada una cultura pedagógica tradicional, que presenta grandes resistencias frente al cambio. Es necesario que tanto docentes como coordinadores académicos y directivos de la escuela estén involucrados en la apropiación y efecto de nuevos modelos didácticos; su eficacia dependerá en gran medida del grado de incorporación de dicha metodología dentro del proyecto educativo institucional.

Modelos de formación continua que traten de manera aislada y atomizada los componentes de un modelo didáctico para el aula, esto es por un lado lo disciplinar y por otro lo pedagógico, no lograrían cuestionar las prácticas docentes, además de trasladar al profesorado una tarea de difícil abordaje como es la propia integración de los elementos estructurantes de la práctica docente. Dicha integración, guiada por principios didácticos fundamentales, es lo que permite revisitar reflexivamente la acción de enseñanza, y tender al cambio y mejora escolar.

Bibliografía

- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 125-143.
- Beas, J; Gómez, N. y Thomsen, P. (2008). ¿ Cómo cambian los profesores con la práctica reflexiva?. En J. Cornejo y R, Fuentealba. (Eds), *Prácticas reflexivas para la formación profesional docente* (pp 113-139) Santiago: UCSH.
- Bryman, A. (2004). *Social Research Methods. Second Edition*. Oxford: Oxford University Press.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- De Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. En T. A. Romberg (Ed.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (pp. 87-172). New York: SUNY Press.

- Espinoza, L., Barbé, J., Mitrovich, D., Solar, H., Rojas, D., y Matus, C. (2008). *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas. Proyecto FONIDE N°: DED0760*. Santiago: Mineduc.
- Furió, C. y Carnicer, J. (2002). El desarrollo profesional del profesor de ciencias mediante tutorías de grupos cooperativos. Estudio de ocho casos. *Enseñanza de las ciencias*, 2002, 20 (1), 47-73.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- NCTM. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Niss, M. (1999). Competencies and Subject Description. *Uddanneise*, 9, 21-29.
- OCDE. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Paris: autor.
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Barcelona: Graó.
- Rojas, F. y Solar, H. (2011). *Organización de tareas matemáticas según niveles de complejidad cognitiva: una mirada desde las competencias matemáticas*. Artículo presentado en I CIECy M- Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Tandil (Argentina).
- Schön, D. A. (1983). *The Reflective practitioner: how professionals think in action*. Londres: Temple Smith.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Solar, H., Azcárate, C., Deulofeu, J. (en prensa). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. *Enseñanza de las ciencias*.
- Solar, H., Rojas, F., y Ortiz, A. (2011). *Competencias matemáticas: Una línea de investigación*. Artículo presentado en XIII CIAEM - Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife (Brasil).
- Van Es, E. A., y Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 155-176.
- Zeichner, K. M. (1993). El maestro como profesional reflexivo. *Cuadernos de Pedagogía*, 220, 44-49.